

s := sec

## EL\_DYN I\_10a\_m

Těleso tvaru činky o velkém průměru  $D$  se bez prokluzu valí po šikmé podložce skloněné o úhel  $\beta$ . Na malém průměru  $d$  je navinuto lanko, tažené bubnem o poloměru  $d_B$ . Buben je poháněn motorem přes jednostupňovou převodovku s počty zubů ozubených kol  $z_1$  a  $z_2$ . Motor se roztáčí z klidu s konstantním úhlovým zrychlením  $\alpha$ .

- Určete: 1) Zrychlení  $a_S$  středu tělesa pohybujícího se ve směru nakloněné roviny  
 2) Za jaký čas  $t$  urazí střed tělesa  $S$  dráhu  $L$ , jaká bude jeho rychlost  $v_S$  na konci této dráhy,  
 3) Jaká bude úhlová rychlost motoru  $\omega_{M2}$  v tomto okamžiku.  
 4) Dále vyřešete hodnotu hnacího momentu  $M$ , kterým bude motor pohánět soustavu, aby se celá soustava dala do pohybu s požadovaným zrychlením

Dáno:  $D := 300 \cdot \text{mm}$   
 $d := 80 \cdot \text{mm}$   
 $d_B := 130 \cdot \text{mm}$   
 $L := 1.8 \cdot \text{m}$   
 $\alpha_M := 20 \cdot \text{s}^{-2}$   
 $z_1 := 18$   
 $z_2 := 65$   
 $m_t := 4 \cdot \text{kg}$   
 $\beta := 30 \cdot \text{deg}$

$m_k := 4 \cdot \text{mm}$

Všechna ozubená kola mají stejný modul  $m_k$

$I_{1M} := 2 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$

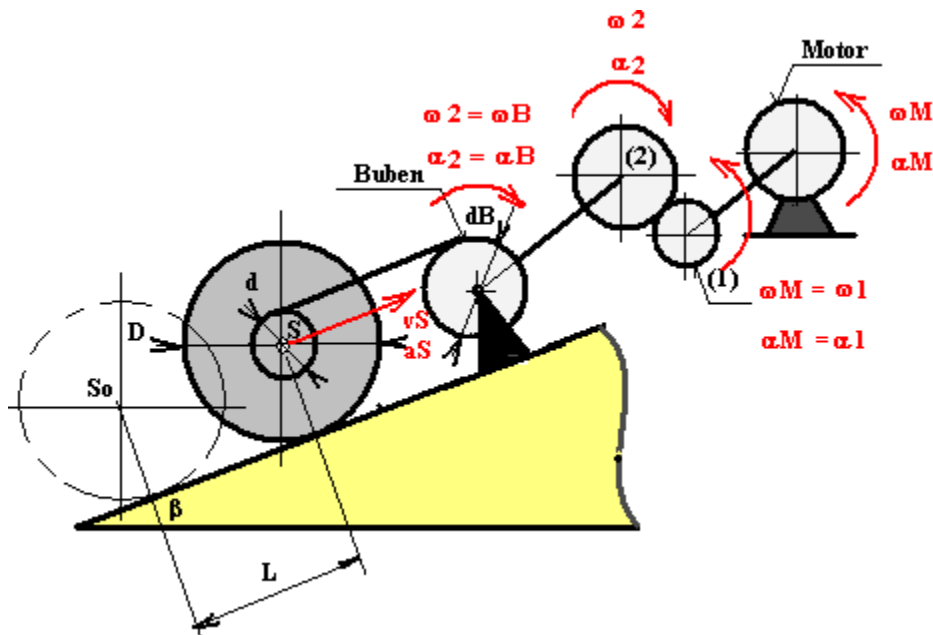
Moment setrvačnosti motoru a kola (1) včetně spojovací hřídele

$I_2 := 0.8 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$

Moment setrvačnosti kola (2) a bubnu o průměru  $d_B$  včetně spojovací hřídele

$I_T := 0.04 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$

Moment setrvačnosti tělesa ke středu  $S$



### 1. Část - Kinematické závislosti

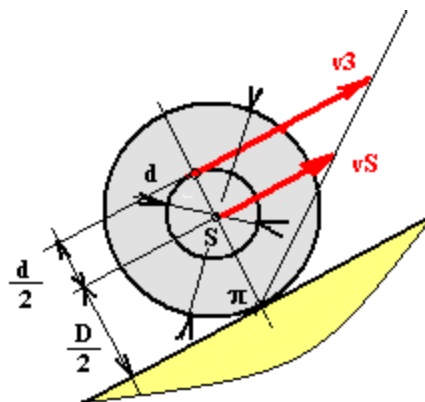
$$\omega_M = \omega_1$$

$$\alpha_M = \alpha_1$$

$$\omega_1 \cdot z_1 = \omega_2 \cdot z_2$$

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{z_1}{z_2} \quad v_3 = \omega_2 \cdot \frac{d_B}{2}$$

dále platí 
$$\left( \frac{v_3}{\frac{d+D}{2}} \right) = \left( \frac{v_S}{\left( \frac{D}{2} \right)} \right)$$



### Po dosazení

$$a_S = \frac{a_3}{\left(\frac{d+D}{2}\right)} \cdot \frac{D}{2} = \frac{\alpha_1 \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{dB}{2}}{\frac{d+D}{2}} \cdot \frac{D}{2} \quad \text{Zrychlení středu S}$$

Pro zrychlení středu tělesa **S** ve směru pohybu platí obdobné kinematické závislosti

$$\alpha_M = \alpha_1$$

$$\alpha_1 \cdot z_1 = \alpha_2 \cdot z_2$$

$$a_3 = \alpha_2 \cdot \frac{dB}{2}$$

dále platí  $\frac{a_3}{\left(\frac{d+D}{2}\right)} = \frac{a_S}{\left(\frac{D}{2}\right)}$

### Po dosazení

$$a_S = \frac{a_3}{\left(\frac{d+D}{2}\right)} \cdot \frac{D}{2} = \frac{\alpha_1 \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{dB}{2}}{\frac{d+D}{2}} \cdot \frac{D}{2} \quad a_S := \frac{\alpha_M \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{dB}{2}}{\frac{d+D}{2}} \cdot \frac{D}{2} \quad a_S = 0.284 \text{ m sec}^{-2}$$

Čas **t** potřebný k tomu, aby střed tělesa urazil z klidu dráhu **L**

Střed **S** válce se pohybuje po přímce pohybem rovnoměrně zrychleným se zrychlením **aS**

$$L = \frac{1}{2} \cdot a_S \cdot t^2 \quad t := \sqrt{2 \cdot \frac{L}{a_S}} \quad t = 3.559 \text{ sec}$$

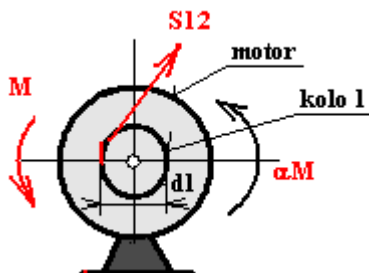
Rychlost **vS** středu za čas **t**  $v_S := a_S \cdot t \quad v_S = 1.012 \text{ m sec}^{-1}$

Úhlová rychlost motoru  $\omega_{M2}$  v témže okamžiku  $\omega_{M2} := \alpha_M \cdot t \quad \omega_{M2} = 71.181 \text{ sec}^{-1}$

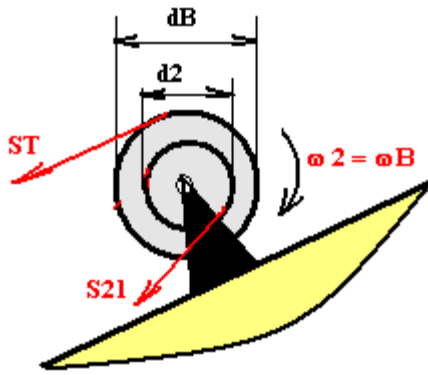
## 2. Část - Řešení dynamicky mechanismu

Pohybové rovnice pro jednotlivé členy

**m** .. modul ozubeného kola



$$I_{1M} \cdot \alpha_M = -S_{12} \cdot \frac{d_1}{2} + M \quad d_1 = z_1 \cdot m_k$$

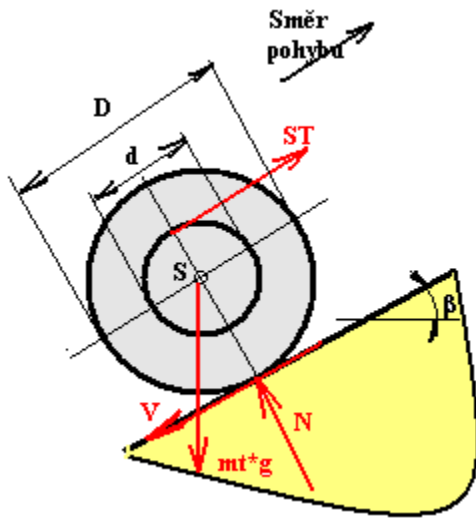


$$S_{12} = S_{21}$$

$$d_2 = z_2 \cdot m_k$$

$$I_2 \cdot \alpha_2 = S_{21} \cdot \frac{d_2}{2} - S_T \cdot \frac{d_B}{2}$$

$$d_2 = z_2 \cdot m_k$$



$$m_t \cdot a_S = S_T - V - m_t \cdot g \cdot \sin(\beta)$$

$$I_T \cdot \alpha_T = S_T \cdot \frac{d}{2} + V \cdot \frac{D}{2}$$

$$\alpha_T = \frac{a_S}{\frac{D}{2}}$$

Řešení:  $M = 41.53 \cdot N \cdot m$